

ЛМИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

теории функций и геометрии

_____ / Семенов Е.М./

_____.____.20__ г.
Продлено на 2024-2025
учебный год

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б2.О.06 Математика

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

05.03.02 География

2. Профиль подготовки/специализация:

География и региональные исследования

3. Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: теория функций и геометрии

6. Составители программы:

Стенюхин Л.В. – кандидат физ.-мат. наук, доцент.

7. Рекомендована: НМС Математического ф-та
протокол № 0500-03 от 24.03.2022 г.

8. Учебный год: 2024/2025

Семестр: первый / второй

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Знакомство с математическими методами, выработка навыков в общении с математическим аппаратом. Совершенствование общей культуры мышления, логичности, точности выполнения математических операций. Владение классическими и современными методами исследования и их применения. Исследование фактов, необходимых для освоения других дисциплин, изучаемых на факультете.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Математика относится к базовой части Блока 1 – Дисциплины (модули) Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению подготовки 05.03.02 «География» (бакалавриат).

Для ее успешного изучения достаточно знаний и умений, приобретенных в средней школе.

Освоение Математики является основанием для успешного освоения как дальнейших базовых курсов – информатики, физики, топографии, геоинформационных систем в географии, так и специальных курсов, к примеру, геофизика ландшафта, информационно-математические методы исследования регионов, аэрокосмические методы исследования, астрономия, приобретенные знания также могут помочь в научно-исследовательской работе.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	способностью использовать базовые знания в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в географических науках, для обработки информации и анализа географических данных	<p><i>знать:</i> основные понятия математики, определения и свойства математических объектов, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений, в том числе в компьютерном моделировании математических объектов и явлений.</p> <p><i>уметь:</i> решать задачи вычислительного и теоретического характера в области трехмерного и n- мерного евклидова (аффинного) пространства, доказывать утверждения.</p> <p><i>владеть (иметь навык(и)):</i> математическим аппаратом для решения простейших, в том числе и прикладных задач.</p>

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. (в соответствии с учебным планом) — 5/180.

Форма промежуточной аттестации зачет / экзамен.

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость			
	Всего	По семестрам		
		1 семестр	2 семестр	...
Аудиторные занятия	92	50	42	
в том числе: лекции	30	16	14	
практические	62	34	28	
лабораторные				
Самостоятельная работа	52	22	30	
Форма промежуточной аттестации (зачет – _ час. / экзамен – _ час.)	36	0	36	
Итого:	180	72	108	

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	Элементы линейной алгебры	Определители 2-го, 3-го и n -го порядка. Способы их вычислений. Решение систем линейных уравнений методом Крамера и Гаусса. Матрицы и действия над ними. Ранг матрицы. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
1.2	Элементы векторной алгебры	Векторы на плоскости и в пространстве. Координаты векторов. Простейшие операции над векторами. Скалярное векторное и смешанное произведения.
1.3	Аналитическая геометрия	Простейшие задачи аналитической геометрии. Прямая линия на плоскости. Различные виды уравнения прямой. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Прямая и плоскость в пространстве.
1.4	Предел функции. Непрерывность	Предел числовой последовательности и функции. Раскрытие основных видов неопределенностей. Первый и второй замечательные пределы, и следствия из них. Непрерывность функции. Точки разрыва.
1.5	Производная функции. Дифференциал. Формула Тейлора	Производная функции. Таблица производных и правила дифференцирования. Производная обратной, неявной функции и функции, заданной параметрически. Логарифмическое дифференцирование. Дифференциал функции и его применение к приближенным вычислениям. Правило Лопитала вычисления пределов. Производные и дифференциалы высших порядков. Формулы Тейлора и Маклорена.
1.6	Полное исследование функции и построение графика	Достаточные условия возрастания и убывания функции. Понятие экстремума функции. Необходимое и достаточные условия экстремума. Выпуклость, вогнутость графика функции. Точки перегиба. Асимптоты плоской кривой. Нахождение вертикальных, горизонтальных и наклонных асимптот. Полное исследование функции и построение ее графика.
1.7	Неопределенный интеграл	Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов. Простейшие приемы интегрирования. Подведение множителя под знак дифференциала. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен в знаменателе. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций.
1.8	Определенный интеграл. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы	Определение определенного интеграла и его основные свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы

		первого и второго рода.
1.9	Функции нескольких переменных	Определение функции нескольких переменных, ее геометрический смысл. Область определения, линии уровня функции двух переменных. Частные производные первого порядка. Производная по направлению и градиент функции нескольких переменных, их геометрический смысл. Дифференциал функции нескольких переменных и его применение к приближенным вычислениям. Частные производные высших порядков. Экстремум функции нескольких переменных.
1.10	Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения. Определение порядка дифференциального уравнения, общего и частного решения. Задача Коши. Дифференциальные уравнения первого порядка. Простейшие случаи понижения порядка дифференциального уравнения. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
2. Практические занятия		
2.1	Элементы линейной алгебры	Определители 2-го, 3-го и n -го порядка. Способы их вычислений. Решение систем линейных уравнений методом Крамера и Гаусса. Матрицы и действия над ними. Ранг матрицы. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
2.2	Элементы векторной алгебры	Векторы на плоскости и в пространстве. Координаты векторов. Простейшие операции над векторами. Скалярное векторное и смешанное произведения.
2.3	Аналитическая геометрия	Простейшие задачи аналитической геометрии. Прямая линия на плоскости. Различные виды уравнения прямой. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Прямая и плоскость в пространстве.
2.4	Предел функции. Непрерывность	Предел числовой последовательности и функции. Раскрытие основных видов неопределенностей. Первый и второй замечательные пределы, и следствия из них. Непрерывность функции. Точки разрыва.
2.5	Производная функции. Дифференциал. Формула Тейлора	Производная функции. Таблица производных и правила дифференцирования. Производная обратной, неявной функции и функции, заданной параметрически. Логарифмическое дифференцирование. Дифференциал функции и его применение к приближенным вычислениям. Правило Лопиталю вычисления пределов. Производные и дифференциалы высших порядков. Формулы Тейлора и Маклорена.
2.6	Полное исследование функции и построение графика	Достаточные условия возрастания и убывания функции. Понятие экстремума функции. Необходимое и достаточные условия экстремума. Выпуклость, вогнутость графика функции. Точки перегиба. Асимптоты плоской кривой. Нахождение вертикальных, горизонтальных и наклонных асимптот. Полное исследование функции и построение ее графика.
2.7	Неопределенный интеграл	Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов. Простейшие приемы интегрирования. Подведение множителя под знак дифференциала. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен в знаменателе. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций.
2.8	Определенный интеграл. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы	Определение определенного интеграла и его основные свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы первого и второго рода.
2.9	Функции нескольких переменных	Определение функции нескольких переменных, ее геометрический смысл. Область определения, линии уровня функции двух переменных. Частные производные первого порядка. Производная по направлению и градиент функции

		нескольких переменных, их геометрический смысл. Дифференциал функции нескольких переменных и его применение к приближенным вычислениям. Частные производные высших порядков. Экстремум функции нескольких переменных.
2.10	Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения. Определение порядка дифференциального уравнения, общего и частного решения. Задача Коши. Дифференциальные уравнения первого порядка. Простейшие случаи понижения порядка дифференциального уравнения. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
3. Лабораторные работы		

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1 семестр						
1	Элементы линейной алгебры	2	6		4	12
2	Элементы векторной алгебры	2	6		4	12
3	Аналитическая геометрия	4	8		4	16
4	Предел функции. Непрерывность	4	8		4	16
5	Производная функции. Дифференциал. Формула Тейлора	4	6		6	16
	Итого:	16	34		22	72
2 семестр						
6	Полное исследование функции и построение графика	2	4		14	20
7	Неопределенный интеграл	2	6		12	20
8	Определенный интеграл. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы	4	8		14	26
9	Функции нескольких переменных	4	6		14	24
10	Дифференциальные уравнения	2	4		12	18
	Итого:	14	28		66	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: работа с конспектами лекций, презентационным материалом, выполнение практических заданий, тестов, заданий текущей аттестации и т.д.)

При прохождении дисциплины используются активные и интерактивные формы проведения лекций и лабораторных занятий, и осуществляется контроль посещаемости и выполнения всех видов самостоятельной работы. В течение двух семестров студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому занятию. В каждом семестре проводится по 2 контрольные работы (на практических занятиях).

В рамках самостоятельной работы студенты решают индивидуальные задания, соответствующего варианта. Варианты заданий имеются в методической литературе и размещены в интернете. Эти же варианты и методическую литературу студенты могут получить по e-mail. Результаты самостоятельных работ зачитываются во время зачета.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Уксусов С.Н. Математика / С.Н.Уксусов, Ю.М.Фетисов. – Ст. Оскол: ТНТ, 2010. –352 с.
2	Ильин В. А. Высшая математика: учеб. / В.А. Ильин, А. В. Куркина. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Проспект, 2009. – 608 с..
3	Пузаченко Ю. Г. Математические методы в экономических и географических исследованиях: Учеб. пособие для студ. вузов / Ю. Г. Пузаченко. – М.: Издательский центр «Академия» 2004. – 416 с.
4	Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике: Учеб. пособие для вузов / В.П. Минорский. – 14-е изд. – М.: Изд-во физ.-мат. лит., 2001. – 366 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
5	Шипачев В. С. Основы высшей математики: Учеб. пособие для вузов / В. С. Шипачев; Под ред. акад. А. Н. Тихонова. – 2-е изд. стереотипное– М.: Высш. шк., 1994.– 352 с.
6	Демидович Б. П. Краткий курс высшей математики / Б. П. Демидович, В. А. Кудрявцев. – М.: Астель. АСТ, 2001. – 655 с.
7	Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике: Тридцать шесть лекций / Д.Т. Письменный. – М: Айрис-пресс, 2000,– Ч. 1.– 279 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
8	www.lib.vsu.ru
9	www.geogr.vsu.ru – официальный сайт факультета географии геоэкологии и туризма ВГУ
10	http://www.math.msu.ru – официальный сайт мехмата МГУ

* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Практикум по высшей математике с основами математической статистики : Для студ. 1-2 к. з/о фак. географии и геоэкологии / Воронеж. гос. ун-т. Каф. природопользования; Сост.: Фетисов Ю. М., Уксусов С. Н. — Воронеж, 2002 .— 43 с. : ил., табл. — 10.92 .— <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/jan03003.pdf >
2	Высшая математика: Учебное пособие для студ. специальностей 012500 - География, 013400 - Природопользование, 013600 - Геоэкология / Воронеж.гос. ун-т .— Воронеж, 2004-. Ч.1 / Сост.: С.Н. Уксусов, Ю.М. Фетисов .— 2004 .— 75 с. : ил .— Библиогр.: с.73 .— <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/jun04002.pdf >.
3	Высшая математика : учебное пособие для студентов специальностей 012500 - География, 013400 - Природопользование, 013600 - Геоэкология / Воронеж. гос. ун-т; сост.: С.Н. Уксусов, Ю.М. Фетисов .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2004 .— 59 с. : ил. — Библиогр.: с.58 .—

	<URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/feb05009.pdf>. Ч. 2.
4	Высшая математика. Ряды : Пособие для студентов : Специальности: 013300 - экологическая геология, 011400 - гидрогеология и инженерная геология / Воронеж. гос. ун-т; Сост.: Ю.Б. Савченко, С.А. Ткачева .— Воронеж, 2003 .— 27с. — Библиогр.: с. 26 .— <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/mar04005.pdf>
5	Высшая математика: Практическое руководство по специальности "Математика" 010100 / Воронеж. гос. ун-т; Сост.: С.Н. Уксусов, Н.Н. Удоденко .— Воронеж, 2003-. Ч. 1: (Аналитическая геометрия и линейная алгебра) .— 2003 .— 27 с. — Библиогр.: с. 23 .— <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/oct03037.pdf>.
6	Методические указания по высшей математике : Для студ. 1 к. д/о фак. географии и геоэкологии / Воронеж. гос. ун-т. Каф. теории функций и геометрии; Сост.: С. Н. Уксусов .— Воронеж, 2002 .— 28 с. : ил. — 4.41 .— <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/may02018.pdf>.
7	Методические указания и контрольные задания по высшей математике : Для студ. 1 к. з/о фак. географии и геоэкологии / Воронеж. гос. ун-т. Каф. теории функций и геометрии; Сост.:С. Н. Уксусов .— Воронеж, 2002 .— 27 с. : ил. — 4.41 .— <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/may02017.pdf>.

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вынести данный раздел в приложение к рабочей программе)

19. Фонд оценочных средств:

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОПК-1	<i>знать:</i> основные понятия математики, определения и свойства математических объектов, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений, в том числе в компьютерном моделировании математических объектов и явлений.	1. Элементы линейной алгебры. 2. Элементы векторной алгебры. 3. Аналитическая геометрия. 4. Предел функции. Непрерывность. 5. Производная функции. Дифференциал. Формула Тейлора 6. Полное исследование функции и построение графика 7. Неопределенный интеграл 8. Определенный интеграл. Приложения	Устный опрос (УО) Тестирование (Т) Контрольная работа (КР) Самостоятельная работа (СРС) Коллоквиум Зачет Экзамен

		определенного интеграла. Несобственные интегралы 9. Функции нескольких переменных 10. Дифференциальные уравнения	
	<i>Уметь:</i> решать задачи вычислительного и теоретического характера в области трехмерного и n- мерного евклидова (аффинного) пространства, доказывать утверждения.	1. Элементы линейной алгебры. 2. Элементы векторной алгебры. 3. Аналитическая геометрия.. 5. Производная функции. Дифференциал. Формула Тейлора 6. Полное исследование функции и построение графика 8. Определенный интеграл. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы 9. Функции нескольких переменных 10. Дифференциальные уравнения	Устный опрос (УО) Тестирование (Т) Контрольная работа (КР) Самостоятельная работа (СРС) Коллоквиум Зачет Экзамен
	<i>Владеть:</i> математическим аппаратом для решения простейших, в том числе и прикладных задач.	6. Полное исследование функции и построение графика 8. Определенный интеграл. Приложения определенного интеграла. 9. Функции нескольких переменных 10. Дифференциальные уравнения	Устный опрос (УО) Тестирование (Т) Контрольная работа (КР) Самостоятельная работа (СРС) Коллоквиум Зачет Экзамен
Промежуточная аттестация			КИМ

* В графе «ФОС» в обязательном порядке перечисляются оценочные средства текущей и промежуточной аттестаций.

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене/зачете используются следующие показатели (ЗУНы из 19.1):

- 1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом математики;
- 2) умение связывать теорию с практикой;
- 3) умение иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований;
- 4) владение математическим аппаратом при обработке информации и анализа географических данных;
- 5) умение использовать базовые математические знания в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в географических науках;

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Для оценивания результатов обучения на зачете используется – зачтено, не зачтено. Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<i>Полное соответствие ответа, обучающегося всем перечисленным критериям. Продемонстрировано знание учебного материала и владение понятийным аппаратом математики, умение связывать теорию с практикой, умение иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, владение математическим аппаратом при обработке информации и анализа географических данных, умение применять математический аппарат в географических науках.</i>	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично (зачтено)</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Недостаточно продемонстрировано знание учебного материала и владение понятийным аппаратом математики или умение иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований Или содержатся отдельные пробелы при обработке информации и анализа географических данных, в умении применять математический аппарат в географических науках.</i>	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо (зачтено)</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым двум из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичное знание основных понятий математики, не всегда может проиллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований. Или не всегда умеет применять математический аппарат при обработке информации и анализа географических данных.</i>	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно (зачтено)</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трем из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки при обработке информации и анализа географических данных.</i>	<i>–</i>	<i>Неудовлетворительно (не зачтено)</i>

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1

Перечень вопросов к экзамену:

1. Определители 2-го, 3-го и n -го порядка. Способы их вычислений.
2. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
3. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
4. Матрицы и действия над ними. Ранг матрицы.
5. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
6. Декартова и полярная системы координат на плоскости. Декартова система координат в пространстве.
7. Простейшие задачи, решаемые в декартовой системе координат: определение расстояния между двумя точками, деление отрезка в данном отношении.
8. Векторы на плоскости и в пространстве. Координаты векторов.
9. Простейшие операции над векторами: умножение вектора на число, сложение и вычитание векторов.
10. Скалярное произведение векторов. Длина вектора. Угол между векторами. Условия перпендикулярности и параллельности векторов. Проекция вектора на вектор.
11. Векторное произведение векторов и его приложения.
12. Смешанное произведение векторов и его приложения.
13. Уравнение линии на плоскости. Алгебраические линии.
14. Прямая линия на плоскости. Различные виды уравнения прямой линии: общее уравнение, уравнение прямой с угловым коэффициентом, уравнение прямой проходящей через заданную точку в заданном направлении, уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.
15. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой.
16. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола.
17. Предел числовой последовательности и функции.
18. Раскрытие неопределенностей вида $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$, $\left(\frac{0}{0}\right)$, $(0 \cdot \infty)$ и $(\infty - \infty)$.
19. Первый и второй замечательные пределы и следствия из них.
20. Приращение аргумента и приращение функции. Непрерывность функции. Точки разрыва. Простейшие свойства непрерывных функций.
21. Производная функции. Геометрический и физический смысл производной. Таблица производных и правила дифференцирования.
22. Производная обратной, неявной функции и функции, заданной параметрически.
23. Логарифмическое дифференцирование.
24. Дифференциал функции и его применение к приближенным вычислениям.
25. Правило Лопиталя вычисления пределов. Раскрытие неопределенностей вида (0^0) , (∞^0) и (1^∞) .
26. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы Ферма и Ролля. Теорема Лагранжа.
27. Формулы Тейлора и Маклорена.

Перечень вопросов к экзамену:

1. Понятие монотонности функции. Достаточные условия возрастания и убывания функции.
2. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума.
3. Достаточные условия экстремума.
4. Выпуклость, вогнутость графика функции. Точки перегиба.
5. Достаточные условия выпуклости, вогнутости. Необходимое и достаточное условия перегиба.
6. Асимптоты плоской кривой. Нахождение вертикальных, горизонтальных и наклонных асимптот.
7. Полное исследование функции и построение ее графика.
8. Первообразная функции. Теорема об общем виде всех первообразных. Понятие неопределенного интеграла.
9. Свойства неопределенного интеграла. “Неберущиеся” интегралы.
10. Таблица интегралов.
11. Простейшие приемы интегрирования. Подведение множителя под знак дифференциала.
12. Замена переменной в неопределенном интеграле.
13. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
14. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен в знаменателе.
15. Интегрирование тригонометрических функций.
16. Задача о площади криволинейной трапеции.
17. Определение определенного интеграла.
18. Основные свойства определенного интеграла.
19. Связь определенного интеграла с неопределенным, формула Ньютона-Лейбница.
20. Замена переменной в определенном интеграле.
21. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
22. Вычисление площадей с помощью определенного интеграла.
23. Вычисление длины дуги плоской кривой. Дифференциал дуги.
24. Вычисление объема тела с известным поперечным сечением.
25. Объем тела вращения.
26. Несобственные интегралы первого рода.
27. Несобственные интегралы второго рода.
28. Определение функции нескольких переменных, ее геометрический смысл.
29. Область определения функции нескольких переменных.
30. Линии уровня функции двух переменных, их геометрический смысл.
31. Частные производные первого порядка.
32. Производная по направлению и градиент функции нескольких переменных, их геометрический смысл.
33. Дифференциал функции нескольких переменных и его применение к приближенным вычислениям.
34. Частные производные высших порядков.
35. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума.
36. Достаточное условие экстремума функции двух переменных.
37. Дифференциальные уравнения. Определение порядка дифференциального уравнения, решения, общего решения и частного решения.
38. Задача Коши.

39. Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными.
40. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
41. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
42. Простейшие случаи понижения порядка дифференциального уравнения.
43. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

19.3.2 Перечень практических заданий

Задание №1. Решить систему линейных уравнений:

1) методом Гаусса; 2) методом Крамера; 3) с помощью обратной матрицы.

$$1. \begin{cases} 2x + 4y + 5z = 3, \\ -4x + 3y - 7z = 8, \\ 3x + 8y - z = -2. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 5x + 4y - 3z = -3, \\ -2x + 3y + 8z = 1, \\ x - 4y - 7z = 1. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 4x + y - 3z = -3, \\ 5x + 4y + z = 5, \\ -6x - 2y + 5z = 7. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 5x + 2y + 6z = -1, \\ -3x + 2y + z = 1, \\ 8x - 3y + 3z = -7. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2x + 4y - 5z = 5, \\ 3x + 2y - 4z = -1, \\ x - 3y + 4z = -6. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x + 5y + 4z = 6, \\ -2x + 3y + 5z = -9, \\ 2x + y - 3z = 3. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 5x + 2y + 3z = 5, \\ -6x - y + 2z = 1, \\ 3x + 2y - 2z = -7. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} -4x + 5y + 3z = 6, \\ 3x + 8y + 2z = 5, \\ x - 9y - 3z = -5. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} -3x + 4y - 4z = 7, \\ 2x + y + 3z = 2, \\ 3x - 5y - 4z = 7. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 4x + y - 3z = -4, \\ 5x + 3y + 2z = 7, \\ -2x + 6y + 5z = -7. \end{cases}$$

Задание №2. Дана пирамида ABCD. Найти: 1) угол CBD; 2) площадь грани ABC; 3) объем пирамиды.

1. A(2; 4; -3), B(-1; 3; 5), C(6; -2; 1), D(-2; -3; 4).

2. A(4; 2; 3), B(1; -4; 5), C(2; -4; -1), D(-3; 2; 3).

3. $A(-1; 3; 3)$, $B(7; 2; 0)$, $C(-2; -1; 4)$, $D(4; 3; -1)$.
4. $A(-2; 5; 6)$, $B(0; 5; -8)$, $C(-3; 2; 4)$, $D(5; -2; 6)$.
5. $A(1; 5; 3)$, $B(7; 0; -1)$, $C(-6; 2; 3)$, $D(-2; 3; 3)$.
6. $A(2; 4; -3)$, $B(-1; 3; 5)$, $C(3; -2; 1)$, $D(2; 3; -7)$.
7. $A(3; 0; 5)$, $B(-4; 3; -1)$, $C(-5; 2; 3)$, $D(1; 1; 4)$.
8. $A(5; -2; 1)$, $B(-2; -3; 0)$, $C(7; -1; -1)$, $D(-1; 0; 5)$.
9. $A(-3; 1; 0)$, $B(4; 1; -5)$, $C(-6; 1; 1)$, $D(3; -1; -1)$.
10. $A(-7; 1; -5)$, $B(3; -6; 1)$, $C(4; -1; 4)$, $D(2; 5; 0)$.

Задание №3. Дан треугольник ABC . Найти: 1) уравнения сторон; 2) уравнение и длину медианы AM ; 3) уравнение и длину высот BD и CK ; 4) уравнение биссектрисы угла B ; 5) точку пересечения медианы AM с высотой BD и угол между ними.

1. $A(2; 3)$, $B(-4; 3)$, $C(-1; -1)$.
2. $A(-2; 4)$, $B(-2; 1)$, $C(1; 5)$.
3. $A(4; 1)$, $B(3; 1)$, $C(0; -3)$.
4. $A(3; -2)$, $B(3; 0)$, $C(-1; -3)$.
5. $A(6; 4)$, $B(-3; 4)$, $C(1; 1)$.
6. $A(-2; 2)$, $B(-2; 6)$, $C(1; 10)$.
7. $A(5; 1)$, $B(3; 1)$, $C(-1; -2)$.
8. $A(3; 0)$, $B(3; -6)$, $C(0; -2)$.
9. $A(-2; 3)$, $B(4; 3)$, $C(1; -1)$.
10. $A(6; 1)$, $B(6; -3)$, $C(3; -1)$.

Задание №4. Найти предел следующих функций:

1. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - \sqrt{x^3} + 2x}{3x^2 + 2x - 5}$, б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 + 1) \cdot (\sqrt{x} + 1)}{2x^2 - 3x - 5}$,
 в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi}{2} x}{x - 1}$, г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 5}{x + 4} \right)^{3x}$.
2. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + \sqrt{4x^4 + 1}}{5x^2 + 3x - 1}$, б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 - 12} - 2}{\sqrt{3x + 4} - x}$,
 в) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 3x}{\sin 5x}$, г) $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 1)^{\frac{1}{x-2}}$.

$$3. a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + \sqrt{x^5 + 2}}{2x^2 - 6x + 8},$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x^2 - \frac{\pi^2}{4}},$$

$$4. a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 3\sqrt{x} + 1}{2x^2 - 4x + 2},$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}{\frac{\pi}{2} - x},$$

$$5. a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 4x - 3}{\sqrt{x^4 + 3x + 8x^3}},$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x - 1}{\operatorname{tg} \pi x},$$

$$6. a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - 8x^2 + 3}{\sqrt{x^6 + 3 + 2x^3}},$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\operatorname{arctg} 2x},$$

$$7. a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 5}{6\sqrt{x^4 + 2} - 3x},$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \operatorname{tg} x \cdot \left(x - \frac{\pi}{2}\right),$$

$$8. a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x - 3x^2 + 2}{\sqrt{9x^4 + x^2} + 3},$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right)}{x - 2},$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{x + 2} - x},$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4 + 2x}{3 + 2x}\right)^{x-1}.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{1 - x} - 2}{x^2 + x - 6},$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 3} (4 - x)^{\frac{2}{x-3}}.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5x + 4} - 3x}{3x^2 + 5x - 8},$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1 - x}{3 - x}\right)^{4x-2}.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+1} \cdot (x^2 - 1)}{x^2 + 3x + 2},$$

$$c) \lim_{x \rightarrow -1} (2 + x)^{\frac{3}{x+1}}.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2 - x} + x}{x^3 + 8},$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4 + 3x}{2 + 3x}\right)^{x-1}.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{\sqrt{6 - x} + x},$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 4} (x - 3)^{\frac{5}{x-4}}.$$

$$9. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{8x^6 + 3x} + 2x^3}{6x^3 + 3x - 1},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-5} \cdot (x^2 - 25)}{2x^2 - 6x - 20},$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{\cos \frac{\pi x}{2}},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6 + x^2}{3 + x^2} \right)^{x^2 - 1}.$$

$$10. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 3x + 8}{2x^2 + \sqrt{x^2 + 4}},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+8} - \sqrt{-x}}{\sqrt{1-2x} - \sqrt{13+x}},$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x^2 - \pi^2},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6 - 2x}{5 - 2x} \right)^{3 - 2x}.$$

Задание №5. Найти производную $y'(x)$ следующих функций:

$$1. \text{ a) } y = \frac{\operatorname{ctg} 3x - \sqrt[3]{x}}{\sin^2 4x},$$

$$\text{б) } y = (\operatorname{arctg} \sqrt{x})^{\cos x},$$

$$\text{в) } \lg(xy^2 + 2^{x+y}) = 0,$$

$$\text{г) } \begin{cases} y = \arcsin \sqrt{t}, \\ x = \sqrt{1-t}. \end{cases}$$

$$2. \text{ a) } y = \sqrt[4]{x} \arccos 7x - 3^{-\operatorname{ctg} x},$$

$$\text{б) } y = (\sin 5x)^{e^x},$$

$$\text{в) } \operatorname{tg}(x + y^2) - \frac{x^3}{y} = 1,$$

$$\text{г) } \begin{cases} y = \lg(1 + t^2), \\ x = \sqrt{1 + t^2}. \end{cases}$$

$$3. \text{ a) } y = e^{-\sin 2x} (\operatorname{arctg} x + \operatorname{tg} 3x),$$

$$\text{б) } y = (\arccos \sqrt[4]{x})^{\sqrt{x}},$$

$$\text{в) } xy = \lg(x - \sqrt{y}) + 3,$$

$$\text{г) } \begin{cases} y = \arcsin(1-t), \\ x = \sqrt{2t - t^2}. \end{cases}$$

$$4. \text{ a) } y = \frac{4^{-\sin x} - \arcsin 2x}{\lg(x - \cos x)},$$

$$\text{б) } y = (\operatorname{tg} \sqrt{x})^{-\arccos x},$$

$$\text{в) } x - y^2 + e^{\sqrt{xy}^3} = 0,$$

$$\text{г) } \begin{cases} y = \operatorname{arctg}(1+t), \\ x = \lg(t^2 + 2t + 2). \end{cases}$$

5. а) $y = (\arccos 4x - \operatorname{tg}^2 2x)e^{-x}$,

б) $y = (\operatorname{ctg} 3x)^{\sqrt[3]{x}}$,

в) $\sqrt{x-y} + \operatorname{lg} \frac{x}{y} = 0$,

г) $\begin{cases} y = \operatorname{arcctg} \sqrt{t}, \\ x = \operatorname{lg}(1+t). \end{cases}$

6. а) $y = \frac{16^x - \cos 3x}{\arcsin^2 5x}$,

б) $y = (\operatorname{arctg} 8x)^{\sqrt[5]{x}}$,

в) $y^2 + e^x \cdot \cos y = x$,

г) $\begin{cases} y = \operatorname{lg}(t + \sqrt{t}), \\ x = (2\sqrt{t} + 1)^2. \end{cases}$

7. а) $y = (3^{-\operatorname{tg} x} + \cos 2x) \arcsin \sqrt{x}$,

б) $y = (\operatorname{ctg} 2x)^{-3x}$,

в) $y\sqrt{x} - e^{x-2y} = 4$,

г) $\begin{cases} y = \sqrt{8t - t^2 - 15}, \\ x = \operatorname{arcctg}(4-t). \end{cases}$

8. а) $y = \frac{3^{-x^2}}{\arccos \sqrt{x} + \operatorname{lg}(1-x)}$,

б) $y = x^{\operatorname{arctg}(x^2-1)}$,

в) $\cos x - 5y^2 + e^{xy} = 0$,

г) $\begin{cases} y = \operatorname{ctg}^2 t, \\ x = \sin^3 t. \end{cases}$

9. а) $y = (2^{-x^2} + 3e^{\sqrt{x}}) \operatorname{arcctg} \sqrt[4]{x}$,

б) $y = x^{\arcsin \sqrt{1-x^2}}$,

в) $\sin(x - 5y) + \frac{x^3}{y} = 1$,

г) $\begin{cases} y = \cos^2 t, \\ x = \log_5(\operatorname{ctg} t). \end{cases}$

10. а) $y = \frac{3\cos 7x - 2e\sqrt{x}}{\operatorname{arctg} \sqrt{x^2 + 1}}$,

б) $y = (\operatorname{lg} x)^{\arccos 2x}$,

в) $3^{xy} - \sqrt[3]{x+y} = 4$,

г) $\begin{cases} y = \operatorname{tg}^3 t, \\ x = \sin^4 t. \end{cases}$

Задание №6. Вычислить приближенно, с помощью дифференциала:

1. а) $\sqrt{16,13}$,

б) $\sin 32^\circ 15'$.

2. а) $\sqrt[3]{7,91}$,

б) $\cos 31^\circ 45'$.

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| 3. а) $\sqrt{24,76},$ | б) $tg 43^{\circ} 30'.$ |
| 4. а) $\sqrt[3]{27,34},$ | б) $arctg 0,93.$ |
| 5. а) $\sqrt[4]{15,23},$ | б) $arcctg 1,12.$ |
| 6. а) $\sqrt{35,46},$ | б) $ctg 46^{\circ} 18'.$ |
| 7. а) $\sqrt[4]{81,21},$ | б) $sin 47^{\circ} 12'.$ |
| 8. а) $\sqrt[3]{7,73},$ | б) $cos 43^{\circ} 48'.$ |
| 9. а) $\sqrt{64,93},$ | б) $arctg 1,15.$ |
| 10. а) $\sqrt[4]{63,18},$ | б) $arcctg 0,89.$ |

Задание №7. Найти неопределенный интеграл:

- | | | |
|---|--|-------------------------|
| 1. а) $\int \frac{dx}{x \lg^2 x},$ | б) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x} + 3},$ | в) $\int x \sin 3x dx.$ |
| 2. а) $\int x^2 \sin x^3 dx,$ | б) $\int \frac{xdx}{\sqrt{x} + 3},$ | в) $\int x e^{-2x} dx.$ |
| 3. а) $\int e^{3-2x} dx,$ | б) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})},$ | в) $\int x^2 \ln x dx.$ |
| 4. а) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-2x^2}},$ | б) $\int \frac{xdx}{\sqrt{x}-2},$ | в) $\int x \cos 2x dx.$ |
| 5. а) $\int \frac{dx}{\cos^2(7x+4)},$ | б) $\int \frac{e^x dx}{e^x + 1},$ | в) $\int arctg x dx.$ |
| 6. а) $\int \frac{x^2 dx}{x^3 + 4},$ | б) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x} - 4},$ | в) $\int \arccos x dx.$ |
| 7. а) $\int \frac{\arccos^2 x dx}{\sqrt{1-x^2}},$ | б) $\int \frac{(x+1) dx}{\sqrt{x-1}},$ | в) $\int x \sin 2x dx.$ |
| 8. а) $\int \frac{tg x dx}{\cos^2 x},$ | б) $\int \frac{xdx}{\sqrt{x} + 5},$ | в) $\int x \ln x dx.$ |

$$9. \text{ a) } \int \frac{dx}{(1+x^2)\operatorname{arctg}x}, \quad \text{б) } \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}}, \quad \text{в) } \int x \cos 4x dx.$$

$$10. \text{ a) } \int \frac{\sin x dx}{\cos^2 x}, \quad \text{б) } \int \frac{x dx}{\sqrt{x-7}}, \quad \text{в) } \int x e^{1-x} dx.$$

Задание №8. С помощью определенного интеграла вычислить площадь земельного участка, ограниченного линиями:

$$1. \begin{cases} y = 2x^2 + 3x - 4, \\ y = 2x - 1. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} y = -3x^2 + 4x + 1, \\ y = -2x + 1. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} y = 3x^2 + 2x - 7, \\ y = 2x + 5. \end{cases} \quad 4. \begin{cases} y = -x^2 + 5x - 6, \\ y = x - 3. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} y = 2x^2 - 5x + 4, \\ y = 3x - 2. \end{cases} \quad 6. \begin{cases} y = x^2 + 8x - 7, \\ y = x + 1. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} y = -2x^2 + 3x + 6, \\ y = -x. \end{cases} \quad 8. \begin{cases} y = 3x^2 + 4x - 8, \\ y = -2x + 1. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} y = -3x^2 + 6x + 4, \\ y = 3x - 5. \end{cases} \quad 10. \begin{cases} y = -2x^2 + 5x + 1, \\ y = x - 5. \end{cases}$$

Задание №9. Найти градиент функции $z = z(x; y)$ в точке M и производную по направлению вектора \bar{l} .

$$1. \quad z = 3\sqrt{x} \cdot y^2 + 2\cos \pi y - y \cdot e^{\frac{x}{4}}; \quad M(4; 1); \quad \bar{l} = (-1; 5).$$

$$2. \quad z = 2x \cdot \sqrt[3]{y} + y \cdot \sin \frac{\pi x}{3} + 3e^{\frac{xy}{8}}; \quad M(1; 8); \quad \bar{l} = (3; 2).$$

$$3. \quad z = 3x \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi y}{3} - 6e^{\frac{x}{3}} \cdot \sqrt{y} + x^3; \quad M(3; 1); \quad \bar{l} = (-1; 5).$$

4. $z = x^2 \cdot \sqrt[3]{y} + e^y \cdot \sin \frac{\pi x}{4} + \frac{x}{y^2}$; $M(2; 1)$; $\bar{l} = (-3; 4)$.
5. $z = 2\sqrt{x} \cdot y^3 + 3\sin \frac{\pi x}{9} e^{\frac{y}{2}} + \sqrt{2y}$; $M(9; 2)$; $\bar{l} = (4; -8)$.
6. $z = 4\ln(e \cdot yx^2) + \sqrt{y} \sin \pi x + \frac{2y}{x}$; $M(-1; 1)$; $\bar{l} = (3; -6)$.
7. $z = \sqrt[3]{y} \ln^2 \frac{x}{4} + 5\cos \frac{\pi y}{x} + \frac{y^2}{4}$; $M(4; 8)$; $\bar{l} = (4; 5)$.
8. $z = 3\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{y} + \ln \frac{xy}{2} - \frac{\sqrt{y}}{3x}$; $M(2; 4)$; $\bar{l} = (7; 5)$.
9. $z = \frac{x^2}{\sin \frac{\pi y}{2}} + \ln \frac{4y}{x} - 3\sqrt{x}$; $M(4; 1)$; $\bar{l} = (-5; 4)$.
10. $z = 3y \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} \cdot x^2 \right) + \sqrt{-y^2 + 5x} + \frac{x}{2y}$; $M(2; 1)$; $\bar{l} = (4; 2)$.

Задание №10. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальному условию (задача Коши):

1. $\sqrt{1-y^2} dx + y\sqrt{1-x^2} dy = 0$; $y(0) = 0$.
2. $(1+x^2) dx + (1+y^2) dy = 0$; $y(0) = 1$.
3. $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$; $y(0) = 0$.
4. $(y^2 + x^2) dx - 2xy dy = 0$; $y(4) = 0$.
5. $(x + xy^2) dx + (yx^2 - y) dy = 0$; $y(0) = 1$.
6. $xy' + y - e^x = 0$; $y(1) = 1$.

$$7. (1 + e^x)yy' = e^x; \quad y(0) = 1.$$

$$8. \sqrt{x^2 + y^2} dx = xdy - ydx; \quad y(1) = 1.$$

$$9. \sin y \cos x dy = \sin x \cos y dx; \quad y(0) = \frac{\pi}{4}.$$

$$10. y' - \frac{y}{1-x^2} = 1 + x; \quad y(0) = 0.$$

19.3.4 Тестовые задания

№ задания	Условие задачи	Варианты ответов			
		1	2	3	4
1	Эксцентриситет гиперболы $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ равен	4/5	5/4	5/3	4
2	Какие из четырех плоскостей являются взаимно перпендикулярными: (а) $x + y - z - 1 = 0$, (б) $2x - 2y + 5 = 0$, (в) $x + y - z - 1 = 0$, (г) $x + y - z - 1 = 0$?	(а) и (б)	(а) и (г)	(б) и (в)	(в) и (г)
3	Расстояние между параллельными прямыми $3x + 4y = 0$ и $3x + 4y - 5 = 0$ равно	5	3	4	1
4	Большая полуось эллипса $4x^2 + 25y^2 = 100$ равна	4	25	5	2
5	Какая из плоскостей (а) $5x - 2y + 3z + 1 = 0$, (б) $5x + 2y + 3z + 2 = 0$, (в) $2x - 5y + 5 = 0$, (г) $2x - 5y + z + 5 = 0$ перпендикулярна прямой $\frac{x}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3}$?	(а)	(б)	(в)	(г)
6	Какие из перечисленных пар прямых являются взаимно перпендикулярными? (а) $3x + 5y - 8 = 0$; (б) $3x - 5y + 8 = 0$; (с) $3x = 5$; (д) $5x + y + 8 = 0$; (е) $5x - 3y + 3 = 0$; (ф) $5y = 3$;	(а) \perp (б) и (с) \perp (ф)	(а) \perp (д) и (с) \perp (ф)	(б) \perp (д) и (а) \perp (е)	(а) \perp (д)
7	Даны три стороны параллелограмма $5x - 3y - 14 = 0$; $5x - 3y + 8 = 0$; $2x + y + 1 = 0$. Укажите четвертую сторону.	$y = -2x$	$2x + y = 4$	$y = 2x - 10$	$2x + y = 10$
8	Угол между плоскостями $4x - 2y + 3z + 7 = 0$ и $4x - 2y + 3z + 1 = 0$ равен	90°	60°	30°	0°
9	Расстояние между прямыми $4x - 3y + 7 = 0$ и $4x - 3y + 2 = 0$ равно	9	5	1	0

10	Эксцентриситет эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ равен	0,8	0,5	0,9	0,7
11	Эксцентриситет гиперболы $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ равен	1,4	1,25	1,2	1,55
12	Какая из прямых (а) $\frac{x}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3}$, (б) $\frac{x}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{-3}$, (в) $\frac{x+2}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+4}{3}$, (г) $\frac{x}{5} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{-2}$, перпендикулярна плоскости $2x-5y+10z+5=0$?	(а)	(б)	(в)	(г)

19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ

Примерный вариант контрольной работы №1 по теме «линейная и векторная алгебра»

1. Решить систему линейных уравнений: 1) методом Крамера; 2) методом

$$\begin{cases} 3x + 2y + 4z = -5, \\ 2x - 3y + z = -7, \\ -3x + 4y + 2z = -1. \end{cases}$$

Гаусса.

2. Найти произведение матриц AB и BA :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -4 & 1 \\ 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 0 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Найти общее решение системы:
$$\begin{cases} x + 2y - 6z + 2t = 1, \\ 2x + 4y + z + 3t = -2, \\ -3x + 2y + 6z - 5t = 3. \end{cases}$$

4. Даны вершины пирамиды: $A(2; -3; 5)$; $B(0; 6; -2)$; $C(3; 1; -5)$; $D(2; 1; 1)$.

Найти $\angle ABC$; $S_{\Delta ABC}$; $V_{\text{пир}}$.

5. Доказать, что векторы $\vec{a} = (2; -3; 1)$, $\vec{b} = (3; 2; -4)$ и $\vec{c} = (-1; -5; 3)$ лежат в одной плоскости (компланарны).

Примерный вариант контрольной работы №2 по теме «аналитическая геометрия»

1. Даны вершины пирамиды: $A(2; -3; 5)$; $B(0; 6; -2)$; $C(3; 1; -5)$; $D(2; 1; 1)$.

Найти $\angle ABC$; $S_{\Delta ABC}$; $V_{\text{пир}}$.

2. Доказать, что векторы $\vec{a} = (2; -3; 1)$, $\vec{b} = (3; 2; -4)$ и $\vec{c} = (-1; -5; 3)$ лежат в одной плоскости (компланарны).

Примерный вариант контрольной работы №3 по теме «предел функции, производная»

Найти предел функции:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + \sqrt{4x^4 + 1}}{5x^2 + 3x - 1},$

2. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 - 12} - 2}{\sqrt{3x + 4} - x},$

3. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 3x}{\sin 5x},$

4. $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 1)^{\frac{1}{x-2}}.$

Найти производную $y'(x)$:

1. $y = (\arccos 4x - \operatorname{tg}^2 2x) \cdot e^{-x},$

2. $y = (\operatorname{ctg} 3x)^{\sqrt[3]{x}},$

3. в) $\sqrt{x - y} + \operatorname{lg} \frac{x}{y} = 0,$

4. г) $\begin{cases} y = \operatorname{arcctg} \sqrt{t}, \\ x = \operatorname{lg}(1 + t). \end{cases}$

5. Вычислить приближенно, с помощью дифференциала: $\sqrt[3]{27,34}.$

Примерный вариант контрольной работы №4 по теме «неопределенный и определенный интеграл».

1. Найти интеграл:

а) $\int \frac{\arccos^2 x dx}{\sqrt{1 - x^2}},$

б) $\int \frac{(x + 1) dx}{\sqrt{x - 1}},$

в) $\int x \sin 2x dx,$

г) $\int_1^e x \cdot \ln x \cdot dx,$

д) $\int_1^4 \frac{(x - 2) dx}{\sqrt{x + 5}},$

е) $\int \cos^3 x \cdot \sin^2 x dx.$

2. С помощью определенного интеграла вычислить площадь земельного участка,

ограниченного линиями: $\begin{cases} y = x^2 + 8x - 7, \\ y = x + 1. \end{cases}$

19.3.5 Темы курсовых работ

Не предусмотрены

19.3.6 Темы рефератов

Не предусмотрены

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного

университета. Текущая аттестация проводится в форме *устного опроса (индивидуальный опрос); письменных работ (контрольные работы.); тестирования*; Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.

Контрольно-измерительный материал № 1

1. Достаточные условия экстремума.
2. Вычисление площадей с помощью определенного интеграла.
3. Задача. Найти частные производные функции: $z = 3\sqrt{x} \cdot y^2 + 2\cos \pi y - y \cdot e^{\frac{x}{4}}$.
4. Найти обратную матрицу A^{-1} : $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ -3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - \sqrt{x^3} + 2x}{3x^2 + 2x - 5}$.
6. Найти производную $y = (\sin 5x)^{e^x}$.

Контрольно-измерительный материал № 2

1. Достаточные условия выпуклости, вогнутости. Необходимое и достаточное условия перегиба.
2. Определение определенного интеграла.
3. Задача. Найти частные производные функции: $z = 2x \cdot \sqrt[3]{y} + y \cdot \sin \frac{\pi x}{3} + 3e^{\frac{xy}{8}}$.
4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 + 1) \cdot (\sqrt{x+1})}{2x^2 - 3x - 5}$.
5. Найти производную неявной функции $xy = \lg(x - \sqrt{y}) + 3$.
6. В точке A найти градиент функции и производную по направлению, идущему от точки A к точке B :
 $z = x^2 - 6x^2y - 2xy^2 + 4$; $A(1; 2)$; $B(0; -3)$.

Контрольно-измерительный материал № 3

1. Первообразная функции. Теорема об общем виде всех первообразных. Понятие неопределенного интеграла.
2. Задача Коши.
3. Задача. Найти интеграл: $\int \frac{dx}{x \lg^2 x}$.

4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} -3x + 4y - 4z = 7 \\ 2x + y + 3z = 2 \\ 3x - 5y - 4z = 7 \end{cases} .$$
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{x+2} - x}$.
6. Найти производную $y = x^{\operatorname{arctg}(x^2-1)}$.

Контрольно-измерительный материал № 4

1. Понятие монотонности функции. Достаточные условия возрастания и убывания функции.
2. Вычисление объема тела с известным поперечным сечением.
3. Задача. Найти интеграл: $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x+3}}$.
4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x - 3x^2 + 2}{\sqrt{9x^4 + x^2 + 3}}$.
5. Найти производную $y = (\lg x)^{\arccos 2x}$.
6. Найти интеграл $\int x \cdot \sin 4x dx$.

Контрольно-измерительный материал № 5

1. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума.
2. Объем тела вращения.
3. Задача. Найти общее решение дифференциального уравнения: $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$.
4. Даны вершины пирамиды: A(-2; 3; 1); B(0; 5; -2); C(3; 4; -2); D(4; 1; -1). Найти $\angle ABD$; $S_{\Delta ABC}$; $V_{\text{пир}}$.
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{\cos \frac{\pi x}{2}}$.
6. Найти производную $y'(x): \begin{cases} y = \operatorname{tg}^3 t, \\ x = \sin^4 t. \end{cases}$

Контрольно-измерительный материал № 6

1. Полное исследование функции и построение ее графика.
2. Замена переменной в определенном интеграле.
3. Задача. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$(y^2 + x^2) dx - 2xy dy = 0.$$

4. Найти произведение матриц AB и BA : $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 5 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$.
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{\sqrt{6-x} + x}$.

6. Найти производную $y = e^{-\sin 2x} (\operatorname{arctg} x + \operatorname{tg} 3x)$.

Контрольно-измерительный материал № 7

1. Несобственные интегралы первого рода.
2. Дифференциал функции нескольких переменных и его применение для приближенных вычислений.
3. Задача. Найти общее решение дифференциального уравнения: $(1 + e^x)yy' = e^x$.
4. Решить систему линейных уравнений методом Крамера:
$$\begin{cases} 4x + y - 3z = -3 \\ 5x + 4y + z = 5 \\ -6x - 2y + 5z = 7 \end{cases}$$
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x^2 - \pi^2}$.
6. Найти область определения функции: $z = \ln(x^2 - y)$.

Контрольно-измерительный материал № 8

1. Асимптоты плоской кривой. Нахождение вертикальных, горизонтальных и наклонных асимптот.
2. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
3. Задача. Найти общее решение дифференциального уравнения: $\sqrt{x^2 + y^2} dx = xdy - ydx$.
4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x - 3x^2 + 2}{\sqrt{9x^4 + x^2 + 3}}$.
5. Вычислить $\sqrt{24,76}$ приближенно, с помощью дифференциала.
6. Вычислить приближенно, с помощью дифференциала: $(1,04)^2 \cdot (2,03)^2$.

Контрольно-измерительный материал № 9

1. Свойства неопределенного интеграла. "Неберущиеся" интегралы.
2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
3. Задача. Найти интеграл: $\int x \cos 4x dx$.
4. Дан треугольник $A(4; 1)$, $B(3; 1)$, $C(0; -3)$. Найти уравнение биссектрисы AK .
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{8x^6 + 3x} + 2x^3}{6x^3 + 3x - 1}$.
6. Найти производную неявной функции $xy = \lg(x - \sqrt{y}) + 3$.

Контрольно-измерительный материал № 10

1. Выпуклость, вогнутость графика функции. Точки перегиба.
2. Вычисление длины дуги плоской кривой.

3. Задача. Решить задачу Коши: $(y^2 + x^2)dx - 2xydy = 0$; $y(4) = 0$.
4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 4} (x-3)^{\frac{5}{x-4}}$.
5. Найти производную $y = (\operatorname{ctg} 3x)^{\sqrt[3]{x}}$.
6. Исследовать функцию на экстремум: $z = 2x^2 + 3y^2 - xy + 2x - y$.

Контрольно-измерительный материал № 11

1. Простейшие приемы интегрирования. Подведение множителя под знак дифференциала.
2. Частные производные высших порядков.
3. Задача. Решить задачу Коши: $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$; $y(0) = 0$.
4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{\cos \frac{\pi x}{2}}$.
5. Вычислить $\sqrt[3]{27,34}$ приближенно, с помощью дифференциала.
6. Найти все вторые частные производные: $z = 2x \cdot \arcsin \sqrt{y}$.

Контрольно-измерительный материал № 12

1. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен в знаменателе.
2. Достаточное условие экстремума функции двух переменных.
3. Задача. Найти интеграл: $\int \frac{\sin x dx}{\cos^2 x}$.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} 5x + 4y - 3z = -3 \\ -2x + 3y + 8z = 1 \\ x - 4y - 7z = 1 \end{cases}$$
.
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} + x}{x^3 + 8}$.
6. Вычислить приближенно, с помощью дифференциала: $(0,94)^{1,04}$.

Контрольно-измерительный материал № 13

1. Замена переменной в неопределенном интеграле.
2. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума.
3. Задача. Найти общее решение дифференциального уравнения: $\sqrt{1-y^2} dx + y\sqrt{1-x^2} dy = 0$.
4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 5}{6\sqrt{x^4 + 2} - 3x}$.
5. Найти производную $y'(x)$:
$$\begin{cases} y = \operatorname{ctg}^2 t, \\ x = \sin^3 t. \end{cases}$$
6. Найти область определения функции: $z = \frac{1}{\sqrt{x-y^2}}$.

Контрольно-измерительный материал № 14

1. Дифференциал функции нескольких переменных и его применение к приближенным вычислениям.
2. Дифференциальные уравнения. Определение порядка дифференциального уравнения, решения, общего решения и частного решения.
3. Задача. Решить задачу Коши: $xy' + y - e^x = 0$; $y(1) = 1$.
4. Даны вершины пирамиды: A(2; -4; 3); B(0; 3; -2); C(1; 1; -5); D(-2; 1; 1). Найти $\angle ACD$; $S_{\Delta ABC}$; $V_{\text{пир}}$.
5. Найти производную $y = (3^{-\text{tg}x} + \cos 2x) \arcsin \sqrt{x}$.
6. Найти интеграл $\int \frac{x+1}{\sqrt{8-x^2}} dx$.

Контрольно-измерительный материал № 15

1. Интегрирование тригонометрических функций.
2. Определение функции нескольких переменных, ее геометрический смысл.
3. Задача. Вычислить приближенно, с помощью дифференциала: $(1,04)^{2,98}$.
4. Решить систему линейных уравнений методом Крамера:
$$\begin{cases} 5x + 2y + 6z = -1 \\ -3x + 2y + z = 1 \\ 8x - 3y + 3z = -7 \end{cases}$$
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{8x^6 + 3x} + 2x^3}{6x^3 + 3x - 1}$.
6. В точке A найти градиент функции и производную по направлению, идущему от точки A к точке B: $z = x^3 + 2xy^2 - 3y^2 + 5$; A(0; 1); B(1; -2).

Контрольно-измерительный материал № 16

1. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
2. Область определения функции нескольких переменных.
3. Задача. Решить задачу Коши: $y' - \frac{y}{1-x^2} = 1 + x$; $y(0) = 0$.
4. Дан треугольник A(2; 3), B(-4; 3), C(-1; -1). Найти уравнение и длину высот BD и СК.
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-5} \cdot (x^2 - 25)}{2x^2 - 6x - 20}$.
6. Найти производную неявной функции $\cos x - 5y^2 + e^{xy} = 0$.

Контрольно-измерительный материал № 17

1. Задача о площади криволинейной трапеции.
2. Частные производные первого порядка.
3. Задача. Вычислить определенный интеграл: $\int_1^e x \ln x dx$.

4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x - 3x^2 + 2}{\sqrt{9x^4 + x^2 + 3}}$.
5. Вычислить $\sqrt{64,93}$ приближенно, с помощью дифференциала.
6. Вычислить определенный интеграл $\int_1^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-8} dx$.

Контрольно-измерительный материал № 18

1. Формула Ньютона-Лейбница.
2. Простейшие случаи понижения порядка дифференциального уравнения.
3. Задача. Найти все вторые частные производные $z = \arccos \sqrt{xy}$.

4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right)}{x-2}$.
5. Найти производную $y'(x)$: $\begin{cases} y = \cos^2 t, \\ x = \log_5(ctg t). \end{cases}$
6. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 x \cdot e^{-3x} dx$.

Контрольно-измерительный материал № 19

1. Основные свойства определенного интеграла.
2. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
3. Задача. В точке $A(0;1)$ найти градиент функции $z = xy^3 - 3xy^2 + y^2 + 6x$ и производную по направлению, идущему от точки A к точке $B(4;3)$.
4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} tgx \cdot \left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.
5. Найти производную $y = (\sin 5x)^{e^x}$.
6. Найти все вторые частные производные: $z = \ln(y + x^3)$.

Контрольно-измерительный материал № 20

1. Производная по направлению и градиент функции нескольких переменных, их геометрический смысл.
2. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
3. Задача. Найти все вторые частные производные $z = \sqrt{3y + x^2}$.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 5 & -3 \\ -4 & 0 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Найти произведение матриц AB и BA :

5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} + x}{x^3 + 8}$.
6. Найти интеграл $\frac{2^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

Контрольно-измерительный материал № 21

7. Несобственные интегралы второго рода.
8. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума.
9. Задача. Вычислить определенный интеграл: $\int_1^e x \cdot \ln x \cdot dx$.

10. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right)}{x-2}$.

11. Вычислить $\sqrt[3]{8,21}$ приближенно, с помощью дифференциала.

12. Найти интеграл $\int_0^5 \frac{x}{\sqrt{x+4}} dx$

Контрольно-измерительный материал № 22

1. Линии уровня функции двух переменных, их геометрический смысл.
2. Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными.
3. Задача. Вычислить приближенно, с помощью дифференциала: $\sqrt{4,97 + (2,04)^2}$.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} 2x + 4y + 5z = 3 \\ -4x + 3y - 7z = 8 \\ 3x + 8y - z = -2 \end{cases}$$
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 4} (x-3)^{\frac{5}{x-4}}$.
6. Найти производную $y = (\arccos 4x - \operatorname{tg}^2 2x) e^{-x}$.